

I *À quoi servent  
les mathématiques ?*

### *a Mathématiques pures ou appliquées ?*

Dans le débat « mathématiques pures » versus « mathématiques appliquées », nous pensons (avis qui n'est pas partagé unanimement) qu'il n'existe pas de véritables « mathématiques appliquées », mais seulement des applications des mathématiques. Mais lorsque nous parlerons, par exemple, des travaux de Leray, de Laplace, dont la majeure partie avait été réalisée en vue d'applications, ou de Fourier, nous ne considérerons que les créations mathématiques pures et non les résultats que ces auteurs en déduisirent pour construire des applications. Cette précision est essentielle à ce qui va suivre.

Le texte suivant illustre tout à fait notre pensée et sera conforté par différents exemples de grands mathématiciens que nous rencontrerons : « La différence entre un mathématicien appliqué et un mathématicien pur n'est pas dans la catégorie de mathématiques qu'il connaît, ce n'est pas non plus si oui ou non il peut créer des idées nouvelles qui feront époque, ou encore si, comme pour la plupart d'entre nous, sa capacité réside principalement dans l'interprétation d'éléments déjà connus. La différence réside au contraire dans la nature de ses intérêts ; dans ses attitudes, et non pas dans ses aptitudes. C'est presque une différence sociale » (Booss-Bavnbek et Hoyrup, 2003, p. 31). Nous conseillons du reste ce livre remarquable à tous ceux que les relations entre les mathématiques et les guerres intéressent.

Une césure catégorique pourrait laisser croire que les mathématiques « contemplatives » proprement dites n'ont pas d'applications ou alors seulement par accident. C'est faux, on le sait depuis longtemps. Cependant, l'erreur continue de se propager non seulement parmi le grand public, mais tout autant parmi les hommes politiques. Pire encore, un nombre non négligeable d'anciens élèves de l'X (École polytechnique), qui croient que les mathématiques s'arrêtent au contenu des cours de cette école, ignorent les « retombées » des mathématiques fondamentales. Un exemple historique typique est celui des nombres complexes : créés pour des besoins métaphysiques, afin que toute équation polynômiale ait toujours des racines, ils sont aujourd'hui utilisés et bien connus de tous les électriciens. Ceux-ci, même au niveau le plus modeste, ne peuvent ignorer la notion d'impédance qui repose sur une représentation dans le plan complexe des phénomènes électriques. Nous décrivons également un exemple d'application ancienne, mais significative, avec le déchiffrement d'un code secret par Viète.

Le délai entre la création de purs objets et leurs applications est longtemps resté assez important. Il se trouve qu'aujourd'hui, un très grand nombre de résultats

mathématiques sont utilisés très rapidement. Le fait que le nombre de contrats passés entre l'industrie et les chercheurs mathématiciens professionnels, voire même le nombre des postes à temps plein proposés dans ces industries, qui ne sont pas seulement militaires, a crû de façon exponentielle, confirme cette tendance. En quelques années, les États-Unis ont décidé de multiplier par cinq le budget de la National Science Foundation consacré aux mathématiques. Il serait sans doute souhaitable que la France augmente le modeste soutien qu'elle accorde à la recherche mathématique. Maintenir un budget global trop juste est absurde, les mathématiques ne coûtant du reste pratiquement rien, comparées aux disciplines qui ont besoin d'un support matériel lourd, tels les grands équipements de physique, la recherche spatiale ou les laboratoires de biotechnologies.

Cependant, malgré un niveau de financement assez faible, la France reste le deuxième pays au monde pour cette discipline.

## ***b Les mathématiques sont-elles utiles ? Utilité versus contemplation***

À l'origine, on ne se posait sans doute pas la question de l'utilité des mathématiques. D'ailleurs, le mot « mathématiques » n'existait pas encore au temps de Babylone, des pyramides et des scribes qui nous ont laissé les premières traces écrites de l'Histoire. Pourtant, selon Hérodote, les Égyptiens, qui avaient besoin de redistribuer les terres après chaque crue du Nil, ont inventé les premiers calculs de surface. Si les quadrilatères et les triangles ne leur posaient aucun problème, les surfaces limitées par des courbes, et en particulier les cercles, étaient obtenues en les assimilant à une combinaison des figures précédentes. Les scribes, qui utilisaient un système de calcul relativement simple et efficace pour obtenir des valeurs approchées de fractions, remplaçaient les cercles par des octogones. Ce savoir pratique s'est perpétué sans susciter aucun questionnement théorique avant de parvenir aux oreilles d'Hérodote et des géomètres grecs qui ont découvert la singularité du nombre  $\sqrt{2}$  en recherchant les épures des formes naturelles. De ces travaux, qui ont abouti aux calculs actuels, les érudits de la Renaissance ont conçu des engrenages capables de démultiplier les mouvements pour tirer des charges très lourdes, fabriquer des machines volantes ou des pompes à eau de fort calibre. Les développements mathématiques ultérieurs des calculs de surfaces limitées par des courbes sont retournés vers l'abstraction pour engendrer le calcul différentiel et les intégrales...

De tout temps, les mathématiques ont donc évolué sous la double poussée du désir de comprendre et du besoin de répondre aux questions des autres sciences et techniques. Depuis Hérodote, ce mouvement binaire de progression s'est poursuivi en s'accéléralant. Il marque profondément les pratiques et les usages actuels des mathématiques.

Le désir de comprendre est aussi fondamental pour les mathématiciens que pour tous les autres chercheurs, mais ceux qui travaillent sur les fondements des mathématiques sont sans doute plus pointilleux sur leur manière d'établir la vérité. Andrew Wiles, qui a récemment démontré le théorème de Fermat, a élaboré une démonstration entièrement manuelle, sans aucune aide informatique. Sa démonstration s'appuie sur les travaux qui se sont succédé en grand nombre depuis le XVIII<sup>e</sup> siècle, entre autres, ceux d'André Weil. De cas particuliers en démonstrations partielles, les uns et les autres ont essayé d'établir ce qui n'était qu'une conjecture sur les nombres entiers et leurs puissances. Ce défi qui, *a priori*, ne débouchait sur aucune application et n'était qu'une question de nature fondamentale sur les nombres, a joué le rôle d'une puissante locomotive pour de multiples développements mathématiques, dont beaucoup

restaient jusque-là dans l'abstraction. Aujourd'hui, la théorie, les résultats obtenus sur les nombres premiers ont rejoint notre quotidien en confirmant l'existence de clés de cryptage inattaquables. Ce sont elles qui assurent la confidentialité des informations qui parcourent les réseaux du monde entier. Elles contribuent donc au développement de ce nouveau média qu'est l'Internet.

Cet exemple montre à quel point la durée du développement d'une idée mathématique peut être extrême. Alors que l'immense majorité des travaux des physiciens et des biologistes devient obsolète au bout de quelques années seulement, et qu'il faut plus ou moins régulièrement ajuster, perfectionner leurs résultats, les mathématiciens n'hésitent pas à faire leur miel de conjectures et de théorèmes, de concepts parfois vieux de plus d'un siècle, quoique parfois aussi tout récents. Les démonstrations mathématiques sont d'indestructibles constructions de l'esprit. C'est donc sur une durée parfois très longue qu'il faut juger de l'influence de travaux mathématiques ; mais aujourd'hui, avec l'accroissement exponentiel, tant des résultats obtenus que de leur communication, une durée très courte, voire presque instantanée, peut souvent suffire.

À tel point que l'on peut légitimement penser que les développements qui intéressent notre vie quotidienne sont tous issus d'une pensée abstraite, voire d'une ou de plusieurs théories mathématiques. Ainsi, répondre à la question de savoir à quoi servent les mathématiques est-il à la fois très simple et très difficile : très simple, puisque presque tout ce qui touche aujourd'hui notre quotidien est l'objet d'une théorie mathématique ; très compliqué, puisque les développements mathématiques qui mènent à une application particulière sont à la fois multiples et parfois sans lien direct avec le résultat, et surtout basés, sur des concepts, pire, des échelles de concepts de plus en plus abstraits. Il est néanmoins étonnant de constater à quel point le monde d'aujourd'hui est fait d'éléments, de concepts qui ont pris naissance dans le cerveau d'un mathématicien il y a plus ou moins longtemps avant d'appartenir aux objets du quotidien parfois les plus familiers. La lecture de Booss-Bavnbek et Hoyrup (2003), déjà cité, est particulièrement instructive.

Nous développerons maintenant quelques exemples brefs, montrant que les mathématiques, même de pointe, font partie de notre vie de tous les jours.

### c Exemples

#### Avis de tempête mathématique



Il y a longtemps que la prévision météorologique n'est plus une affaire de divination ni même de baromètre (ni même non plus de baromètre enregistreur). Le climat d'aujourd'hui se prête à une modélisation qui fait dire aux experts que c'est bien l'activité humaine qui réchauffe la planète, avec les conséquences catastrophiques que l'on imagine pour notre futur. Au quotidien, des stations de mesure et une flottille de satellites doublés d'énormes ordinateurs surveillent le temps : un découpage de l'atmosphère en boîtes de calcul de quelques kilomètres de côté leur permet de construire un modèle global à diverses échelles et de donner un pronostic à court terme. Toutefois, le point de départ des prévisions reste le plus souvent incertain car les mesures sont disparates et mal distribuées autour du globe. Des méthodes mathématiques comme « l'assimilation variationnelle », issues entre autres de l'école française des années 1980, viennent combler les vides. D'autre part, ce découpage de l'atmosphère en boîtes de calcul régulièrement espacées en accord avec les zones surveillées comporte d'immenses difficultés. Ainsi, les satellites ne donnent qu'une valeur moyenne correspondant à une intégration sur toute la hauteur de l'atmosphère ; les océans ne sont pas accessibles partout et des régions entières restent encore dans l'ombre. Reste enfin le problème mathématique très subtil qui consiste à bien répartir ces points de contrôle sur une sphère.

Et pour la semaine prochaine ? Impossible de prévoir : l'atmosphère est capricieuse et, pour tout dire, chaotique. Une très faible erreur sur son état de départ fait très vite boule de neige, tout comme un mouvement d'air aussi tenu qu'un battement d'aile de papillon peut déclencher un cyclone à l'autre bout du monde. Dès lors, comment font les experts pour prévoir les évolutions du climat ? La théorie des systèmes dynamiques, élaborée au début du siècle dernier par Henri Poincaré, a permis de dégager certains « attracteurs étranges » qui donnent la tendance sous la forme de prévisions empreintes de probabilités. Cette conception probabiliste du climat s'appuie sur des outils très récents comme la « théorie des équations aux dérivées partielles stochastiques ». Sans ces mathématiques de pointe, les plus gros ordinateurs du monde resteraient impuissants. Alors, cyclones, canicules, inondations ou glaciations catastrophiques seront-ils le lot des générations futures ? Les mathématiques auront encore un grand rôle à jouer dans toutes les actions de prévention que pourra entreprendre l'ensemble des nations du monde.

## Des outils pour modéliser la biologie



Comment guérir les myopathies ou les cancers du sein ? En trouvant le gène responsable, disent les biologistes. Pas facile, pourtant... Sur six milliards de paires de bases que comprend le génome humain, seulement trois pour cent vont composer les « mots » qui définissent nos protéines, ces constituants intimes des cellules de notre corps. Retrouver la dizaine de millièmes de millimètre qu'occupe un gène le long des deux mètres du fil d'ADN contenu dans chaque cellule humaine est une entreprise extrêmement difficile. Le décryptage du génome humain n'a fait que souligner le dénuement des biologistes : pour définir les 30 à 80 000 gènes humains, les mots n'ont que trois lettres prises dans un alphabet de quatre et sont entrecoupés de longues séquences de remplissage qui interrompent les phrases utiles. Tout en masquant les gènes qui s'y cachent, ces séquences submergent de données inutiles les ordinateurs du décryptage.

L'un des outils mathématiques utilisés par les biologistes provient des méthodes de reconnaissance automatique de la parole. Les deux problèmes sont directement apparentés : dans les deux cas, le message porté, soit par des ondes acoustiques, soit par les séquences des éléments qui constituent l'ADN, est un enchaînement dans lequel chaque segment dépend du précédent, ce qui est une caractéristique universelle des langages. Ainsi, les théorèmes sur les « chaînes de Markov » se montrent-ils efficaces dans des domaines très variés où l'on souhaite repérer des événements liés par une structure sous-jacente. Tous ces outils sont nés des disciplines réunies sous le nom de « statistiques ». Ces statistiques sont elles-mêmes liées à l'étude des probabilités et à la loi des grands nombres, qui a débuté au XVIII<sup>e</sup> siècle. Ce n'est pas tout : la molécule d'ADN est aussi un objet géométrique curieux, sujet à des nœuds qui conditionnent la traduction effective du message génétique au sein de la machinerie cellulaire. La « topologie » qui classe ces nœuds à l'aide d'expressions algébriques prend donc une part très importante dans cette recherche médicale de pointe.

Enfin, et de manière plus générale, certains mathématiciens développent des outils théoriques qui dépasseront sans doute le cadre déjà très vaste de la biologie : étudié actuellement, entre autres, par Misha Gromov, l'un des problèmes centraux de cette recherche est de reconnaître, avec des observations variées, la structure interne qui fournit ces données expérimentales. Les objets étudiés sont, en effet, à la fois présents en très grand nombre et munis d'une structure relativement lâche. L'ADN se trouve à mi-chemin entre les cristaux, qui sont très rigides et bien définis géométriquement, et des structures complètement aléatoires. Pour réaliser de telles études, les mathématiques

adéquates sont encore en grande partie à créer. Avant d'éliminer les gènes du cancer ou les virus tapis dans le génome d'un patient, il faudra les trouver par la pensée, au travers des mathématiques.

### Ondelettes déferlantes sur l'analyse



Comment faire tenir un grand nombre d'images dans la carte mémoire d'un appareil photo ? Comment les faire transiter le plus rapidement possible et sans dégradation via le réseau Internet ? Lorsque le contenant est trop petit pour le contenu, il faut absolument comprimer ce dernier ou, ce qui revient au même s'il s'agit d'informations, éliminer ce qui est inutile. Or, dans les images comme dans la plupart des têtes pensantes, il existe beaucoup d'informations redondantes... Ainsi, par exemple, la description : « La moitié de l'image est blanche et l'autre, noire » est-elle infiniment plus légère qu'un tableau d'un million d'éléments décrivant l'image point par point et dans lequel la moitié des valeurs est au niveau du blanc et l'autre au niveau du noir. Malheureusement, il n'existe pas de schéma universel pour décrire une image : le système de compression élaboré par le JPEG (« Joint Photographic Expert Group »), qui est devenu le compresseur standard des images du Web, procède par un découpage en petits carrés de huit éléments de côté qu'il traite avec un algorithme. Ce traitement utilise un outil mathématique découvert par Joseph Fourier, qui avançait que toutes les fonctions pouvaient se décomposer en une somme de fonctions périodiques particulières. C'est l'analyse de Fourier qui alimente depuis les années 1880 les techniques de traitement des signaux qu'examinent couramment les physiciens. Cette transformation de Fourier est une manière commode et légère de décrire les fonctions ; c'est la base de la réduction opérée par l'algorithme du JPEG. En effet, on passe de une à deux dimensions en balayant, ligne par ligne, l'ensemble des éléments picturaux, les « pixels », décrits chacun par trois ensembles de valeurs : densités de rouge, de vert et de bleu. On obtient autant de courbes qui décrivent l'image et qui peuvent bénéficier de la version rapide de la transformation de Fourier (« Fast Fourier Transform » ou FFT), découverte aux États-Unis en 1965 par James w. Cooley et John w. Tuckey, et sans laquelle l'échographie médicale, par exemple, n'aurait pas vu le jour aussi vite.

La rapidité et l'efficacité de ce traitement ont fait les beaux jours du JPEG : une réduction de 1/32 avec quelques pertes sensibles, mais un résultat bien adapté au traitement des images de la Toile. Cependant, des progrès restaient à accomplir pour améliorer les transmissions de documents issus, par exemple, des missions spatiales. Ils sont venus d'un secteur qui, *a priori*, utilisait peu les mathématiques : celui des recherches pétrolières. Jean Morlet, ancien élève

de l'École polytechnique, avait inventé un outil extraordinaire d'efficacité qui, dans le domaine de l'analyse du signal, allait reléguer l'analyse de Fourier au rang de technique primitive. Dans les années 1980, lorsque les recherches de gisements ne s'effectuaient plus à l'aide d'explosions ponctuelles mais par l'application de vibrations modulées en fréquence, les vitesses de transmission dans les couches géologiques ont donné de bien meilleurs résultats. Cependant, ils étaient souvent victimes d'erreurs systématiques dues au type de signaux analysés : ces derniers perdaient de leur régularité pour comporter de fortes parties transitoires durant lesquelles s'établissait l'équilibre des différentes fréquences du spectre sonore reçu. En essayant de pallier les erreurs systématiques de l'analyse « à fenêtre » de Fourier utilisée pour ces parties transitoires, Morlet est tombé sur une description universelle et très efficace des signaux à l'aide d'ensembles de fonctions périodiques particulières qu'il a baptisées « ondelettes ». Peu de gens se rendirent alors compte de l'importance de cette découverte, mais Morlet, entre-temps remercié par son employeur (Elf), et Alex Grossman, travaillant comme Morlet à Marseille, ont réussi à mettre sur pied un algorithme spécifique pour calculer la transformation en ondelettes. Yves Meyer et Stéphane Mallat, qui les avaient rejoints, ont réussi à optimiser leur découverte pour mettre au point la FWT, « Fast Wavelet Transform », des algorithmes exacts et aussi rapides que ceux de la FFT. Depuis, les ondelettes sont devenues un champ de recherche très important ; on trouvera dans le livre de Burke Hubbard (1995) qui leur est consacré plus de détails sur cette saga, et les noms des contributeurs principaux.

Mais revenons aux images et au problème de leur compression. La FWT s'avère beaucoup plus efficace que la FFT car elle effectue mathématiquement les deux opérations que notre cerveau accomplit lorsqu'il analyse une image : elle est capable de prendre du recul, afin de percevoir les grandes lignes de la scène tout en se concentrant sur les détails significatifs, portés par des parties qui contrastent avec la densité environnante. Le JPEG 2000 est né de cette transcription mathématique par ondelettes et compresse en cinq millièmes. L'histoire de la compression des images ne s'est pas arrêtée là puisque Stéphane Mallat et son équipe ont développé des ondelettes particulières, les « bandelettes », capables de s'allonger et de suivre plus longtemps des frontières internes. Grâce à elles, sa société, Let it Wave, a développé un mode de compression capable de faire tenir une photo d'identité standard dans un fichier de seulement quelques centaines d'octets, soit une réduction par un facteur de l'ordre de cinq à dix millièmes, soit la totalité des *Essais* de Montaigne en une demi-page ! Les ondelettes ont largement dépassé le cadre du traitement d'image et on les rencontre si souvent qu'elles pourraient presque devenir une branche à part entière des mathématiques [Voir un très bon exposé dans Meyer (2005)].

### La cote des mathématiques toujours en hausse

Dans un marché de plus en plus vaste et de plus en plus fréquenté, les cours des actions continuent de fluctuer au hasard des événements, des annonces et des mouvements de capitaux. Comment préserver ses intérêts, calculer ses risques et garantir ses investissements ? Tels sont les problèmes de tous les acteurs de la bourse, aussi souvent gagnants que secoués par les incertitudes d'un marché mondialisé toujours plus complexe et diversifié. « L'évolution du prix d'une action dépend d'un si grand nombre de facteurs qu'elle fluctue de manière aléatoire », avait reconnu au début du siècle dernier le mathématicien français Louis Bachelier, fondateur des mathématiques boursières. Depuis, la finance est devenue l'un des domaines de prédilection des mathématiciens des probabilités. On peut comparer l'évolution du cours des actions aux mouvements erratiques de grains de pollen flottant dans un liquide exposé à la lumière : c'est le mouvement brownien (découvert par le botaniste écossais Robert Brown). Ces trajectoires aléatoires, qui résultent de l'agitation des molécules du liquide chauffé par la lumière, forment, en deux dimensions, des dessins identiques à ceux de l'évolution du cours des actions. Ces dernières fluctuent sous l'effet cumulé des achats et des ventes réalisés par de très nombreux opérateurs. Calquée sur ce mouvement, l'équation de Black-Scholes et ses nombreuses variantes et améliorations règlent aujourd'hui la vie des banquiers. La résolution de cette équation et le « calcul stochastique » qui en découle permettent, par exemple, de fixer le prix d'une option d'achat : au jour de l'achat de l'option, le prix de l'action ou de la marchandise peut fluctuer dans les deux sens et faire perdre beaucoup d'argent au vendeur. À l'inverse, l'examen des cours et des ventes, s'ils divergent des résultats prévus par ce calcul, peut permettre de déceler une malversation ou un délit d'initié. De récents développements issus des travaux du mathématicien français Paul Malliavin pourraient permettre de démasquer les indéliçats. En effet, lorsqu'un opérateur provoque lui-même une variation des cours et qu'il vend ou achète afin de profiter de la situation, les règles du mouvement brownien sont perturbées. Voilà pourquoi les spécialistes du calcul stochastique sont à la fois craints et appréciés des banquiers !

### Des mathématiques définitivement discrètes

Vu de près, c'est une surface lisse d'où émergent des promontoires qui s'entendent pour réfléchir les ondes dans des directions souhaitables. Vu de loin, c'est un petit objet qui se déplace très vite dans le ciel. Le Petit Duc est un avion sans pilote, un drone, qui effectue ses missions en toute discrétion. Les radars qui balaient le ciel en émettant leurs salves d'ondes électromagnétiques ne récupèrent qu'un très

faible écho, souvent assimilé au bruit ambiant, lorsqu'un tel avion furtif traverse leur zone de surveillance. Le secret de cette invisibilité tient dans la maîtrise de la propagation des ondes radar et de leur réflexion sur les surfaces de l'objet. La conception d'un tel avion aux formes apparemment très simples est une affaire de recherche pluridisciplinaire, aussi bien en physique des matériaux qu'en aérodynamique. Cependant, alors que les règles de propagation des ondes sont connues depuis un siècle, la résolution des équations correspondantes pose toujours des problèmes extrêmement complexes. Soit on essaie de résoudre ces équations en passant par une approximation effectuée avec l'aide des ordinateurs, soit on utilise des artifices, comme une frontière imaginaire qui absorbe tout ce qu'elle recueille, soit on retourne à l'optique géométrique, qui assimile les ondes à des rayons qui se propagent en ligne droite. Aucune de ces approches ne permet de dégager de solution universelle. Pourtant, au-delà des applications militaires de la furtivité, ces mêmes calculs s'appliquent aux problèmes liés à l'insonorisation des autoroutes urbaines, à l'optimisation des antennes de téléphonie mobile ou encore à la propagation de la lumière dans les fibres optiques. Toutes ces technologies pourraient bénéficier de l'optimisation des méthodes de résolution de ces équations. La discrétion du drone de Dassault et des avions furtifs modernes cache l'ampleur des développements mathématiques. Nous pourrions être surpris par les futures possibilités de nos chaînes haute-fidélité, de nos appareils médicaux, de nos ordinateurs et de toutes les technologies qui améliorent notre quotidien grâce à ces travaux aussi discrets et furtifs qu'ils sont le plus souvent abstraits mais tout à fait fondamentaux.

La liste des différentes sections des deux livrets *Mathématiques dans la vie quotidienne* (Chaleyat-Maurel, Brette et alii, 2001) et *L'Explosion des mathématiques* (Martin-Deschamps, Le Tallec, Waldschmidt, 2002) montre bien la multiplicité des domaines imprégnés de mathématiques ; certaines rubriques font double emploi avec notre livre, mais la « redondance » n'est-elle pas « une qualité pédagogique » ?

*Des codes secrets rendus publics*

*Des satellites aux portables*

*Des images débruitées*

*La Bourse sans risques ?*

*Une météo turbulente !*

*Zéro dommage !*

*Au bout du génome !!!*

*De l'arbre à la forêt*

*Comment paver ?*

*De l'eau dans l'huile !  
Écouter un cd rayé ?  
D'un seul trait  
Le temps qu'il fera  
Les dessous du téléphone portable  
Cryptage et décryptage : communiquer en toute sécurité  
Contrôler un monde complexe  
Le théorème du soufflet  
Trouver un gène responsable du cancer  
Des ondelettes pour comprimer une image  
Empêcher les ondes de faire du bruit  
Quand art rime avec maths  
De l'adn à la théorie des nœuds  
Le philosophe et le mathématicien  
Comment rationaliser les ventes aux enchères  
De l'économétrie pour vendre du vin ou des obligations  
Les casse-tête des compagnies aériennes  
De la géométrie à 11 dimensions pour comprendre la Genèse  
Internet : modéliser le trafic pour mieux le gérer  
Le prix des options financières  
Communiquer sans erreur : les codes correcteurs  
Reconstruire des images pour l'imagerie  
Les mathématiciens en France et dans le monde  
Comment devenir mathématicien*