

## *Introduction générale*

Dans cet ouvrage, il ne peut être question de présenter les mathématiques françaises jusque dans le plus infime détail. Que ce soit à propos de l'histoire ou de la situation des mathématiques aujourd'hui, nous devons nous borner aux grands noms et aux grandes contributions de tous ceux qui ont, au moins partiellement, mené leurs recherches en France. Nous présentons nos excuses de n'avoir pu, par manque de place, nommer tous ceux qui ont contribué à l'édifice complexe des mathématiques. Ces excuses s'adressent, en particulier, aux mathématiciens à l'œuvre et dont nous ne pouvions exposer les travaux, encore difficiles à jauger les uns par rapport aux autres. L'exposé de certaines recherches mathématiques serait, en effet, incomplet sans l'évaluation qui résulte de l'examen de ces recherches par l'ensemble des mathématiciens, qui s'en empareront pour les utiliser, voire les compléter. La richesse et la qualité de la production actuelle ne favorisent pas ce processus. Rappelons le théorème de Dieudonné, que plus personne ne conteste : « Il s'est fait autant de mathématiques depuis l'origine des temps jusqu'à 1950 que de 1950 à nos jours. »

Après une première partie consacrée à l'utilité même des mathématiques (chapitre I), le présent ouvrage retrace (chapitre II) l'histoire de nos mathématiques, de Viète à Bourbaki et aux années 1950. L'on y constatera schématiquement ceci : les savants français de notre discipline dominant, presque complètement, de 1550 à 1650, avec les cinq noms phares de Viète, Fermat, Descartes, Desargues et Pascal. On notera que dans l'ouvrage de Carl Boyer, qui est probablement le meilleur livre couvrant complètement et en un volume raisonnable l'histoire des mathématiques de l'origine à Bourbaki, l'un de ses 17 chapitres est justement intitulé : « Le temps de Fermat et de Descartes ».

Cependant, après les travaux du célèbre philosophe mathématicien, Pascal rompt la chaîne en s'arrêtant au seuil du calcul infinitésimal. Il laisse ainsi échapper le flambeau de cette création qui se conclura en Allemagne avec Leibniz et en Angleterre avec Newton.

Pendant ces années de « vide » de la production française, nous ne pourrions évidemment pas, bien que nous n'écrivions pas une histoire de toutes les mathématiques, omettre de décrire très brièvement les contributions essentielles des autres pays.

Le flambeau revient en France de 1750 à 1850, mais de façon moins absolue tant la croissance des mathématiques est rapide. C'est l'époque de la fin de la monarchie et des « mathématiciens de la Révolution française », pour citer encore une fois l'ouvrage de Boyer. Les noms clefs, ce sont tout d'abord les « six grands » :

Laplace, Lagrange et Legendre (les « trois L »), Condorcet, d'Alembert et Monge. Ces six mathématiciens, qui dominent leur époque de manière presque absolue, à l'exception d'Euler en Russie et de Gauss en Allemagne, partagent le haut de la scène française avec d'autres esprits tout aussi célèbres : Fourier, Galois, Cauchy, Poncelet et Chasles.

Nous y ajouterons les noms, moins importants mais qu'il serait difficile de passer sous silence, de Liouville, Sophie Germain et Lazare Carnot.

Puis, vers 1840, alors que la production de l'école française semble se tarir en nombre et en qualité, l'hégémonie repasse à la fois en Angleterre et en Allemagne. Ces deux pays resteront à la pointe jusque dans les années 1930 et la naissance du mystérieux « Bourbaki », qui stimulera très fortement les mathématiciens français.

Dans l'intervalle, la France ne s'est cependant pas transformée en « désert mathématique » et, dès 1880, elle abrite de très grands esprits, dont certains marqueront définitivement l'histoire des sciences : Charles Hermite, Camille Jordan, Jean-Gaston Darboux, Henri Poincaré, Émile Picard, Élie Cartan, Jacques Hadamard, Émile Borel, Henri Lebesgue, Paul Lévy. Malgré la présence de cette élite, il est toutefois difficile de parler d'une véritable « école française » tant, outre-Rhin, l'école allemande brille en nombre et en qualité. Cette école germanique dominera les mathématiques jusqu'à l'exode des Juifs, à partir de 1935, puis la guerre. Bref, de 1840 à 1950, la France subit une nouvelle et relative « éclipse mathématique ».

Nous présenterons dans un second temps (chapitre III) les mathématiques françaises contemporaines, particulièrement impressionnantes. En effet, depuis 1950, on assiste à une véritable explosion. Cette moisson miraculeuse a été soigneusement préparée, avant guerre notamment, par les fondateurs de Bourbaki; nous détaillerons, avec les risques inhérents à toute explication de ce genre, les raisons du déclin et celles du rebond. Dans la présentation des mathématiques françaises des années 1950 à nos jours, nous serons obligés d'être schématiques, à la fois par manque de place et parce qu'il faut du recul pour juger, *a posteriori*, de la grandeur des contributions. Peut-être est-ce encore plus difficile en mathématique, qui est la seule science procédant, à la manière des éléments d'Euclide à leur époque, par des synthèses successives de ses acquis, synthèses qui arrivent à concentrer en quelques lignes, en quelques axiomes et concepts bien choisis, des années de productions apparemment dispersées.

La dernière partie (chapitre IV) comportera enfin tous les outils et indications nécessaires : une liste détaillée des lieux d'enseignement et de recherche, la liste

des instituts de recherche, en particulier des pôles d'excellence en recherche pure, la liste des organisations professionnelles auxquelles le lecteur pourra s'adresser et une bibliographie (précédée de commentaires), tant pour les travaux passés que présents : nous nous sommes en effet servis d'ouvrages de natures variées. L'histoire des sciences est un domaine délicat où il peut être tentant de travailler « en seconde main » sans vouloir l'admettre !

Si l'on voulait une seule preuve de la grandeur de l'école mathématique française, on la trouverait dans le fait que le français est la seule langue, avec l'anglais, langue universelle des disciplines scientifiques, qui soit encore utilisée aujourd'hui dans de nombreux écrits et conférences (Voir à ce sujet Lafforgue, 2005).

Nous ne risquons pas une analyse de la réussite des mathématiques en France ; hasardons-nous seulement à la conjonction de deux points. Le premier appartient à la culture française : nous sommes des frondeurs. Le second à la culture mathématique : Georg Kantor (1845–1918) a ainsi écrit : « Das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit » (« L'essence des mathématiques est précisément dans sa liberté »).

Avec 60 millions d'habitants seulement, la France est riche de nombreux centres de recherche de pointe, comme l'École normale supérieure, l'École polytechnique, le Collège de France, l'Institut Henri-Poincaré, l'Institut des hautes études scientifiques ou l'Institut national de recherche en informatique et en automatique, pour ne citer ici que les plus connus, présentés plus loin dans cet ouvrage.

Paris est, sans comparaison avec aucune autre ville de la planète, la première place mathématique du monde. Dans toutes les parties de l'algèbre, de la géométrie ou de l'analyse, on peut trouver dans la capitale française et sa proche banlieue des professeurs et des chercheurs de plan international, des séminaires en tout point dignes du pays qui les accueille.

### **Remerciements**

Nous devons beaucoup à Jean Dhombres, qui a soigneusement relu notre texte et y a fait de nombreuses corrections. Merci également à Michel Waldschmidt (ex-président de la Société mathématique de France), ainsi qu'à M. Nabonnand, spécialiste de l'histoire, si compliquée, de la géométrie projective.

Les deux livrets *Mathématiques dans la vie quotidienne* (Chaleyat-Maurel, Brette et alii, 2001) et *L'Explosion des mathématiques* (Martin-Deschamps, Le Tallec, Waldschmidt et alii, 2002) nous ont été particulièrement utiles pour la partie intitulée « À quoi servent les mathématiques ? ». Nous remercions les auteurs, ainsi que la Société mathématique de France et la Société de mathématiques appliquées et industrielles, de nous avoir permis d'en utiliser textes et iconographie.

Merci à Bruno Belhoste de m'avoir communiqué son texte essentiel sur Poncelet (Belhoste, 1998).

Merci aussi au CNRS et à Alain Gris de nous avoir permis d'utiliser le rapport de conjoncture du CNRS de 1996, commission 1 (celle des mathématiques).

Nous sommes très reconnaissants à David Mumford pour ses schémas reproduits dans la section consacrée à Grothendieck et à Bob Devaney pour ses ensembles de Julia.

Enfin, que soient vivement remerciés le service Patrimoine de la bibliothèque de l'École polytechnique et la bibliothèque de l'École normale supérieure de nous avoir permis de reproduire un grand nombre de couvertures d'ouvrages.